



UNIVERSIDAD DE
COSTA RICA

Universidad de Costa Rica
Facultad de Ciencias
Escuela de Física

Programa de Curso

Nombre del curso: Métodos Matemáticos de Física II	Requisitos: MA-1005 Ecuaciones Diferenciales FS-0427 Física General para Físicos III o FS-0430 Física III
Sigla: FS-0533	Correquisitos: Ninguno
Horas: 4 por semana, teoría	Ciclo: V
Créditos: 4	Clasificación: Curso propio

1. DESCRIPCIÓN

Este curso cubre métodos matemáticos necesarios para el desarrollo de la mecánica clásica, el electromagnetismo y la mecánica cuántica. Introduce a la persona estudiante de la carrera de física a las técnicas del análisis complejo, incluyendo funciones analíticas, teoremas integrales, series de potencias, cálculo de residuos y mapas conformes. También desarrolla la técnica de las series de Fourier, que tiene diversas aplicaciones a la solución de ecuaciones diferencias lineales.

2. OBJETIVOS

Objetivo General

Ampliar el dominio de las herramientas matemáticas asociadas a las técnicas del análisis complejo, incluyendo funciones analíticas, teoremas integrales, series de potencias, cálculo de residuos y mapas conformes.

Objetivos específicos

- Comprender el concepto de número complejo, estudiar y analizar sus propiedades y transformaciones.
- Estudiar las propiedades de diversas series infinitas.
- Aplicar los números complejos y series infinitas en la descripción de funciones analíticas y resolución de integrales.

3. CONTENIDOS DEL CURSO

FUNCIONES ANALÍTICAS

- Operaciones con números complejos
- Propiedades del plano complejo y sus subconjuntos
- Funciones con variable compleja
- Fórmula de Euler, funciones trigonométricas e hiperbólicas
- Funciones multivaluadas, cortes de rama y superficies de Riemann
- Funciones analíticas y funciones armónicas
- Condiciones de Cauchy-Riemann
- Derivadas de funciones de variable compleja

INTEGRALES Y SERIES

- Integrales de contorno en el plano complejo
- Teorema de Integral de Cauchy, de Cauchy-Goursat y de Morera
- Dominios simplemente conexos y múltiplemente conexos
- Series de Taylor y Laurent
- Convergencia de series y sucesiones
- Weierstrass M-test
- Clasificación de Singularidades
- Teorema de Picard
- Cota superior al valor absoluto de una integral de contorno (fórmula $M-L$)

SERIES DE FOURIER

- Funciones Periódicas
- Coeficientes de Fourier, funciones pares, impares y complejas
- Base ortogonal en un espacio de funciones
- Espectros de Frecuencia
- Identidad de Parseval
- Aplicaciones a mecánica clásica y a circuitos eléctricos

CÁLCULO DE RESIDUOS

- Valor principal de Cauchy para una integral
- Regla integral de Leibnitz
- Teorema del residuo
- Métodos para el cálculo de residuos
- Métodos para el cálculo de integrales utilizando residuos
- Lema de Jordan
- Teorema de Mittag-Leffler
- Aplicaciones a la evaluación de integrales impropias en variable real
- Aplicaciones a la evaluación y estimación de series infinitas

MAPAS CONFORMES

- Equivalencia conforme
- Dilataciones, rotaciones, traslaciones y exponenciales
- Transformaciones bilineales (Möbius)
- Transformación de Schwarz-Christoffel
- Condiciones de frontera: Problemas de Dirichlet y Neumann
- Problemas de Dirichlet y Neumann
- Representaciones integrales
- Aplicaciones a la hidrodinámica y la electroestática

TEMAS ESPECIALES Y OPCIONALES

- Definidos a criterio del profesor

Sugerencia: TRANSFORMACIÓN Z

- Funciones lineales
- Transformación z
- Diagramas de Bode
- Aplicaciones de la transformación z

4. METODOLOGÍA

Durante el curso se emplea una metodología participativa. Las clases poseen exposiciones magistrales y realización de ejercicios. En las exposiciones magistrales la persona docente deberá dar definiciones, explicaciones teóricas y aplicaciones, empleando las diferentes herramientas matemáticas y de programación disponibles. Se motiva a la indagación de conceptos y al trabajo en grupo e individual.

5. EVALUACIÓN

El rendimiento académico del estudiantado se podrá evaluar por medio de pruebas escritas, cuyos contenidos versarán sobre temas analizados previamente durante las lecciones, análisis de lecturas relacionadas con los contenidos, exámenes cortos, tareas de resolución analítica, tareas programadas (aplicación de métodos numéricos y lenguaje de programación) y exposiciones, etc. La composición nota final incluirá al menos tres tipos de instrumentos de evaluaciones distintos, siendo uno de ellos las tareas programadas.

6. BIBLIOGRAFÍA

1. Arfken, G. (2012). *Mathematical Methods for Physicists*, (7th ed.). USA: Academic Press.

2. Bak, J y Newman, D. J. (2010). *Complex Analysis*, (3rd ed.). USA: Springer.
3. Boas, M. (2006). *Mathematical Methods in the Physical Sciences* (3rd ed.). Hoboken, N.J.: J. Wiley & Sons.
4. Brown, J.W. y Churchill, R. V. (2014). *Complex variables and applications*, (9th ed.) New York, N.Y.: McGraw-Hill Education
5. Cahill, K. (2013). *Physical mathematics*. Cambridge, United Kingdom: Cambridge University Press.
6. Hassani, S. (2013). *Mathematical Physics: A Modern Introduction to Its Foundations*. Cham: Springer International Publishing.
7. Kreysing, E. (2013). *Matemáticas avanzadas para ingeniería*. México: Limusa – Wiley.
8. Stone, M. y Goldbart, P. (2009). *Mathematics for physics: a guided tour for graduate students*. Cambridge: Cambridge University Press.
9. Strauss, W. A. (2008). *Partial Differential Equations: An Introduction*, (2nd ed.) Hoboken, NH: John Wiley & Sons
10. Zill, D. (2011) *Introducción al Análisis Complejo Con Aplicaciones*. México: CENGAGE Learning.

Aprobado en Resolución Vicerrectoría de Docencia VD-12824-2023 y rige a partir del I ciclo 2024.