



## FS-0516/FS-0533 Métodos matemáticos para la física II

### Carta al estudiante

<b>Ciclo:</b>	I-2024
<b>Requisitos:</b>	MA-1003 y MA-1005 / FS-0430 y MA-1005
<b>Horario:</b>	martes y viernes de 9:00 a 10:50 a.m., aula FM-214
<b>Créditos:</b>	4
<b>Modalidad:</b>	propio, presencial
<b>Profesor:</b>	Alejandro Jenkins, oficina FM-109A, email: alejandro.jenkins@gmail.com
<b>Sitio web:</b>	<a href="https://sites.google.com/site/continuacionanalitica/">https://sites.google.com/site/continuacionanalitica/</a>

### Justificación y objetivos

Se ha escrito que la ruta mejor y más corta entre dos verdades en el dominio real pasa por el dominio imaginario.

— Jacques Hadamard, *Ensayo sobre la psicología de la invención en el campo matemático* (1945)

Después de haber inventado los números complejos, hallamos que las [operaciones algebraicas] aún funcionan para los números complejos y que ya hemos acabado de inventar cosas nuevas. Podemos encontrar la potencia compleja de cualquier número complejo, podemos resolver todas las ecuaciones que podamos escribir algebraicamente en términos de un número finito de estos símbolos. No hallamos más números nuevos. La raíz cuadrada de  $i$ , por ejemplo, es un resultado bien definido, no es algo nuevo;  $i$  es algo.

— Richard P. Feynman, "Álgebra", *Feynman Lectures on Physics*, 1.22 (1963)

El caso complejo es más sencillo de resolver.

— Anónimo

Este curso busca desarrollar en los estudiantes de las carreras de bachillerato en física y de bachillerato en meteorología un dominio sólido de técnicas matemáticas indispensables para las ciencias exactas, concretamente las relativas al **análisis complejo** así como algunos resultados del **análisis funcional** que son aplicables principalmente a la resolución de ecuaciones diferenciales parciales: **series de Fourier, mapeo conforme, funciones armónicas y distribuciones**. Este curso no es un compendio de recetas matemáticas y se espera que el estudiante comprenda las demostraciones de los principales resultados a ser utilizados. Esta comprensión es fundamental para que el estudiante pueda determinar cuándo una técnica es aplicable a un problema particular y cuándo no.

Las técnicas matemáticas cubiertas en el curso se aplicarán en clase principalmente a problemas de la física clásica (ondas, difusión, circuitos de corriente alterna, campos electrostáticos y fluidos ideales), pero es importante que el estudiante de física tenga en cuenta que le resultarán esenciales para su futura comprensión de la física cuántica. El análisis complejo y el análisis funcional están entre los grandes logros de la cultura humana y, por lo tanto, se espera que el estudiante aprecie tanto su coherencia y belleza conceptual como la utilidad de sus aplicaciones a las ciencias naturales, tanto puras como aplicadas.





## Contenidos

1. Números complejos
  - a. El campo de los números complejos; operaciones algebraicas
  - b. Coordenadas polares; fórmula de De Moivre y raíces enésimas
  - c. El plano complejo y sus propiedades topológicas
  - d. Esfera de Riemann, proyección estereográfica y punto en el infinito
2. Funciones analíticas de variable compleja
  - a. Polinomios analíticos y ecuaciones de Cauchy-Riemann
  - b. Series de potencias; radios y criterios de convergencia
  - c. Diferenciabilidad y unicidad de series de potencias; funciones analíticas y enteras
  - d. Función exponencial y funciones trigonométricas; fórmula de Euler
  - e. Funciones hiperbólicas
3. Integrales de línea y funciones enteras
  - a. Propiedades de la integral de línea en el plano complejo
  - b. Teorema de la curva cerrada para funciones enteras (Cauchy-Goursat)
  - c. Fórmula integral de Cauchy y serie de Taylor para funciones enteras
  - d. Teorema de Liouville y teorema fundamental del álgebra
4. Funciones analíticas en dominios simplemente conexos
  - a. Teoremas de unicidad, valor medio y módulo máximo
  - b. Teorema del mapeo abierto; lema de Schwarz
  - c. Teorema de Morera; principio de reflexión de Schwarz
  - d. Teorema generalizado de Cauchy para curvas cerradas
  - e. Función logarítmica y otras funciones multi-valuadas analíticas
  - f. Puntos y cortes de rama; superficies de Riemann
5. Singularidades aisladas y residuos
  - a. Clasificación de singularidades aisladas; principio de Riemann
  - b. Series de Laurent
  - c. Teorema del residuo; fórmula integral de Cauchy generalizada
  - d. Lema de Jordan y aplicaciones a evaluación de integrales impropias en variable real
  - e. Aplicaciones a evaluación y estimación de sumas
  - f. Otras técnicas de integración de contorno
6. Ecuaciones de onda y de difusión
  - a. Ecuaciones diferenciales parciales; condiciones iniciales y de frontera
  - b. Ecuación de onda; energía y causalidad
  - c. Ecuación de difusión; comparación entre ondas y difusiones
  - d. Separación de variables y superposición
7. Series de Fourier
  - a. Coeficientes de Fourier; funciones pares, impares y complejas
  - b. Producto interno de funciones, bases ortogonales
  - c. Completitud de la base de funciones; identidad de Parseval
  - d. Kernel de Dirichlet y fenómeno de Gibbs
  - e. Espacios de Hilbert; desigualdad de Cauchy-Schwarz
  - f. Aplicaciones a circuitos lineales de corriente alterna
8. Mapeo conforme y aplicaciones
  - a. Equivalencia conforme
  - b. Mapas especiales: Dilataciones, rotaciones, traslaciones, potencias y exponenciales
  - c. Mapas bilineales (Möbius)
  - d. Aplicaciones hidrodinámicas
9. Funciones armónicas



- Ecuación de Laplace; relación con ecuaciones de Cauchy-Riemann
- Problema de Dirichlet en rectángulos y cubos
- Fórmula de Poisson
- Problema de Dirichlet en círculos, cuñas y ánuos

## Libros de texto y referencia

Los libros de texto asignados para este curso son:

- J. Bak y D. J. Newman, *Complex Analysis*, 3ª ed. (Springer, 2010), caps. 1 a 14. Corresponde a los contenidos 1 – 5 y 8.
- W. A. Strauss, *Partial Differential Equations: An Introduction*, 2ª ed. (Wiley, 2008), caps. 2, 5, 6 y 12. Corresponde a los contenidos 6, 7 y 9

Como apoyo para los temas de análisis complejo se recomienda:

- J. W. Brown y R. V. Churchill, *Complex Variables and Applications*, 9ª ed. (McGraw-Hill, 2014)

Como apoyo para el tema 7 se recomienda:

- H. P. Hsu, *Análisis de Fourier* (Addison-Wesley Iberoamericana, 1987)

Existe una variedad de libros de texto sobre métodos matemáticos para la física que el estudiante puede consultar como complemento a los textos asignados, entre ellos:

- G. B. Arfken, H. J. Weber y F. E. Harris, *Mathematical Methods for Physicists: A Comprehensive Guide*, 7ª ed. (Elsevier, 2013)
- M. L. Boas, *Mathematical Methods in the Physical Sciences*, 3ª ed. (Wiley, 2006)
- E. Butkov, *Mathematical Physics* (Addison-Wesley, 1973)
- J. Mathews y R. L. Walker, *Mathematical Methods of Physics*, 2ª ed. (Addison-Wesley, 1971)
- P. M. Morse y H. Feshbach, *Methods of Theoretical Physics*, parte I, (McGraw-Hill, 1953)

El cronograma adjunto indica las secciones de los textos asignados que corresponden a la materia de cada lección. En los pocos casos en que un tema no aparece en ninguno de los dos libros asignados, el cronograma indica una sección de uno de los textos complementarios que se detallan arriba.

## Metodología

El profesor impartirá un total de cuatro horas de clase por semana, en dos sesiones según el horario indicado. Las clases combinarán exposiciones magistrales con la resolución de ejemplos y ejercicios concretos. Ocasionalmente el profesor recurrirá a animaciones de computadora para ilustrar ciertos conceptos. El viernes se asignará una tarea, a ser entregada el viernes siguiente. El enunciado de la tarea estará disponible en el sitio del curso. La mayor parte de los problemas de tarea serán de naturaleza analítica, pero también habrá algunos problemas de índole numérica (computacional). Fuera de la clase, se espera que el estudiante dedique por lo menos diez horas por semana al curso.

Al preparar las tareas, el estudiante puede consultar sus notas, libro de texto, compañeros, etc., pero *no* es permitido copiar soluciones al mismo problema que encuentre en Internet o en otro medio. El profesor se reserva el derecho de pedirle al estudiante que explique su solución a alguna parte de su tarea. **Si el alumno no entiende su propia solución, se le anulará el puntaje correspondiente.** De ser posible, se concertará





una hora con los estudiantes para que el asistente explique las soluciones a los problemas de la tarea ya calificada.

La evaluación principal del curso consistirá en dos exámenes parciales y un **examen final acumulativo**. Todos los exámenes serán individuales y a libro cerrado. Cualquier fórmula o dato necesario para resolver un problema y que no sea razonable esperar que el alumno haya memorizado será consignado en el enunciado del examen. La única ayuda permitida será una calculadora no programable.

## Evaluación

La nota final del curso será calculada de acuerdo con la siguiente ponderación:

15%	tareas
25%	primer examen parcial
25%	segundo examen parcial
35%	examen final

Los exámenes parciales se realizarán en día sábado y durarán tres horas cada uno. Las fechas se indican en el cronograma que acompaña a esta carta. La hora y el lugar de cada examen serán anunciados con antelación en clase y en la página del curso.

El examen final será el sábado 6 de julio, de 1:00 a 5:00 p.m. La última clase del curso será dedicada a un repaso para el examen. De ser necesario, las notas finales podrán ser ajustadas mediante una curva, a criterio del profesor. Habrá un examen de ampliación (para quienes hayan obtenido notas finales de 6,0 o 6,5) el sábado 13 de julio, en un lugar y a una hora por definirse.

**No se aceptarán tareas atrasadas**, pero las dos notas más bajas en una tarea serán obviadas. Una evaluación únicamente se podrá reponer con autorización previa del profesor por una razón debidamente justificada, o con una excusa médica oficial presentada según el reglamento universitario.

## Horas de consulta

Oficina FM-109A, miércoles de 5:00 a 7:00 p.m.; también puede ser por cita previa en otro horario





## Cronograma

Semana	Fecha	Contenido	Texto
1	K 12-03-24	1 a,b	B-N 1.1 y 1.2
	V 15-03-24	1 c	B-N 1.4
2	K 19-03-24	1 d	B-N 1.5
	V 22-03-24	2 a,b	B-N 2.1 y 2.2
3	K 26-03-24	--	Feriado (Semana Santa)
	V 29-03-24	--	Feriado (Semana Santa)
4	K 02-04-24	2 b,c	B-N 2.2 y 2.3
	V 05-04-24	2 c,d	B-N 2.3 y 3.1
5	K 09-04-24	2 d,e	B-N 3.2; B-C 39 y 40
	V 12-04-24	3 a,b	B-N 4.1 y 4.2
6	K 16-04-24	3 c,d	B-N 5.1 y 5.2
	V 19-04-24	4 a,b	B-N 6.3 y 7.1
	<b>S 20-04-24</b>	<b>Primer examen parcial</b>	<b>Contenidos 1 a 3</b>
7	K 23-04-24	4 b,c	B-N 7.2
	V 26-04-24	4 c,d	B-N 7.2 y 8.1
8	K 30-04-24	4 d,e	B-N 8.1 y 8.2
	V 03-05-24	4 e,f	B-N 8.2; B-C 110 y 111; Butkov 2.6
9	K 07-05-24	5 a,b	B-N 9.1 y 9.2
	V 10-05-24	5 b,c	B-N 9.2 y 10.1
10	K 14-05-24	5 c,d	B-N 10.1 y 10.2
	V 17-05-24	6 a,b	S 2.1 y 2.2
	<b>S 18-05-24</b>	<b>Segundo examen parcial</b>	<b>Contenidos 4 y 5</b>
11	K 21-05-24	6 b,c	S 2.2 y 2.3
	V 24-05-24	6 c,d	S 2.4 y 2.5
12	K 28-05-24	7 a,b	S 5.1 y 5.2
	V 31-05-24	7 b,c	S 5.3 y 5.4
13	K 04-06-24	7 d,e	S 5.4 y 5.5
	V 07-06-24	7 e,f	S 5.5; Hsu 6.5
14	K 11-06-24	8 a,b	B-N 13.1 y 13.2
	V 14-06-24	8 b	B-N 13.2
15	K 18-06-24	8 c	B-N 13.3
	V 21-06-24	8 d	B-N 14.1; B-C 122
16	K 25-06-24	9 a,b	S 6.1 y 6.2
	V 28-06-24	9 b,c	S 6.2 y 6.3
17	K 02-07-24	9 c,d	S 6.3 y 6.4
	V 05-07-24	Repaso	--
	<b>S 06-07-24</b>	<b>Examen final</b>	<b>Acumulativo</b>
	<b>S 13-07-24</b>	<b>Examen de ampliación</b>	

Este cronograma queda sujeto a posibles ajustes en la distribución precisa de los contenidos.



**DISCRIMINACIÓN**

Es un acto u omisión que afecta las oportunidades de una persona o sus derechos humanos.

**SON MANIFESTACIONES DE DISCRIMINACIÓN:**

- Ataques físicos
- Burlas, bromas ofensivas
- Uso de vocabulario discriminatorio
- Trato diferencial o despectivo
- Exclusión o segregación
- Desinterés o maltrato
- Negación a brindar servicios

**DENUNCIA**

La denuncia puede presentarse personalmente o mediante correo electrónico ante la Comisión Institucional Contra la Discriminación (CICDI).

Ninguna de las personas involucradas en el proceso podrán sufrir prejuicios.

Si usted ha vivido una situación de discriminación puede acercarse a la Facultad de Ciencias para buscar apoyo.

 2511-6345  [facultad.ciencias@ucr.ac.cr](mailto:facultad.ciencias@ucr.ac.cr)

**FC** Facultad de Ciencias

Para conocer el Reglamento contra Discriminación de la UCR ingrese aquí 



Toda conducta de naturaleza sexual indeseada por quien la recibe, que provoque efectos perjudiciales en el estado general o bienestar personal.

#### SON MANIFESTACIONES DE HOSTIGAMIENTO SEXUAL:

- Promesa o amenaza, implícita o expresa, relacionada con favores sexuales
- Propuestas o conductas de naturaleza sexual
- Humillaciones u ofensas con palabras, gestos o imágenes
- Acercamientos o formas de contacto físico no deseados
- Intentos de comunicación ajenos a la relación profesional o académica

#### DENUNCIA

Las denuncias se realizan en forma verbal o escrita, ante la Comisión Institucional Contra el Hostigamiento Sexual (CICHS).

#### CONTACTOS

Comisión Institucional contra el Hostigamiento Sexual: 2511-4898  
comision.contrahostigamiento@ucr.ac.cr  
Defensoría contra el Hostigamiento Sexual: 2511-1909  
defensoriahs@ucr.ac.cr

