Sistemas Dinámicos y Geometría Fractal I----Carta al estudiante

Prof. Jorge Gutierrez C. ***M.Sc. Physics, M.Sc. Mathematics, Ph.D. Meteorology***

Motivación

Un gran número de sistemas naturales son altamente no lineales. Todo sistema que evoluciona en el tiempo es un sistema dinámico. Ligada a la no-linealidad de estos sistemas existe una dinámica muy rica y compleja que presenta una gran variedad de fenómenos de gran interés.

No fue hasta el desarrollo de las computadoras personales que el potencial para realizar gran cantidad de cálculos de naturaleza iterativa pudo ser utilizado en la investigación de estos procesos.

La no-linealidad es de interés tanto para el matemático como para el físico y es por esto que un curso sobre las consecuencias de la no-linealidad puede ser de utilidad para el estudiante de física.

Requisitos

El estudiante debe de haber llevado el curso Métodos Numéricos I ya que se desarrollarán varios programas de cómputo para investigar la dinámica de varios sistemas de interés. Estas investigaciones serán tomadas como tareas programadas. También es importante que el estudiante esté familiarizado con el concepto de espacio de fase y el teorema de Liouville, por esto se recomienda que haya aprobado Mecánica Teórica I. El estudiante debe de haber aprobado también el curso de Ecuaciones Diferenciales.

Créditos 3

Evaluación

Las tareas programadas representan el 20% de la nota, tres exámenes contarán por el 80% restante.

Temas

1-Flujos en una dimensión (3 semanas)

Definición de un sistema dinámico,tiempo, discreto,tiempo continuo, flujo de un sistema dinámico, conjugación de sistemas dinámicos, propiedades generales del flujo. El concepto del punto fijo de una función, como encontrar puntos fijos, el péndulo simple, el péndulo sujeto a fuerza de fricción, el espacio de fase, presa y depredador, microbios. El método de Newton, cálculo babilónico de las raíces cuadradas, regiones de atracción, regiones de repulsión, el método de Euler.

Análisis lineal de estabilidad, estabilidad estructural y conjugación, teoremas de existencia y unicidad, potenciales. Funciones de Lyapunov, método de Lyapunov para la estabilidad de un sistema dinámico, sistemas gradientes. Linealización alrededor de los puntos de equilibrio. Linealización de los equlibrios hiperbólicos.

2-Flujos en dos dimensiones (2 semanas)

Propiedades globales de los sistemas no-lineales, el espacio de fase, teoría de Floquet, conjuntos límites, órbitas periódicas, el péndulo.

3-Bifurcaciones (2 semanas)

El teorema de Poincaré-Bendixon. Definición de bifurcación. Bifurcación de punto de silla, bifurcación transcrítica, bifurcación de Hopf, bifurcación en espacios de dimensiones superiores a uno .Ecuaciones de Navier-Stokes como sistema dinámico, el número de Rayleigh, la convección, ejemplo de bifurcación en hidrodinámica. Teoria de Kolmogorov sobre la turbulencia, Teoria de Landau de la turbulencia, Kolmogorov-Landau y la falta de universalidad.

El mapeo logístico, punto fijo superatractivo, puntos de periodo dos, periodo superatractivo de dos puntos, bifurcación del doblez, bifurcación de periodo dos. Teorema de la bifurcación de periodo dos. Aplicación del método de Newton y la constante de Feigenbaum, Universalidad. Renormalización à la Feigenbaum

4-Teorema de Sarkovsky, Teorema de Singer, Intermitencia (2 semanas)

El periodo tres implica todos los periodos, ordenamiento de Sarkovsky, puntos periódicos de periodo igual a tres para el mapeo logístico. Teorema de Singer. Derivada de Schwarz y alguns de sus propiedades. Intermitencia.
Intermitencia y turbulencia de un fluido

5-Atractores Extraños (2 semanas)

La convección de Rayleigh-Bénard, inestabilidad de Rayleigh-Bénard, estructuras convectivas, sistema de ecuaciones de Lorenz, Ecuaciones de evolución, el problema del pronóstico del tiempo, pronóstico de conjuntos. Sensibilidad a las condiciones iniciales.
Mapeo de Hénon
Sistema de Rossler

6-Teorema del mapeo contractivo (2 semanas)

Mapeos contractivos, mapeos contractivos en la línea real, mapeos contractivos en hiperdimensiones, mapeos contractivos afines, la norma espectral, otros espacios métricos, conjuntos compactos y fractales autosimilares, dimensión de caja, dimensión de Mandelbrot, dimensión de Hausdorff-Besicovitch.

7-Fractales (3 semanas)

El conjunto de Cantor, representación simbólica del conjunto de Cantor, el conjunto de Cantor en representación convencional, la conexión entre las dos representaciones del conjunto de Cantor, propiedades topológicas del conjunto de Cantor. El triángulo de Sierpinski, el copo de nieve de Koch.

Fechas tentativas de exámenes

I parcial 21 de septiembre 2017

II parcial 26 de octubre 2017

III parcial 20 de noviembre 2017

Evaluación:

Exámenes 80 %

Tareas 20%

Bibliografia

1-Systèmes Dynamiques, Jean Louis Pac, Ed. Dunod, 2012.

2-L'ordre dans le chaos, P. Berge, Y. Pomeau, Ch Vidal, Hermann Ed., 1984.

3-Dynamical Systems, Ed. Scheinerman, Dover, 1996.

4-Dynamical Systems, S. Sternberg, Dover, 2013.

5-Fractals Everywhere, M. Barnsley, Academic Press, 2012.

6-Nonlinear Dynamics and Chaos, S. Strogratz, Westview Press, 2015.

7-Nonlinear Mechanics, A. Fetter, J Walecka, Dover, 2006

8-An Introduction to Chaotic Dynamical Systems, R. Devaney, Addison-Wesley

9-Chaos, J. Gleick, Penguin Books, 2008.

10-Turbulence, U. Frisch, Cambridge University Press, 2004

11-What is a Strange Attractor?, D. Ruelle, Notices of the American Mathematical Society, 2006.

12-Simple mathematical models with very complicates dynamics, R. May,Nature, 261,459,1976.

13-On the nature of turbulence, D. Ruelle, F. Takens, Commun. Math. Phys, 20,167, 23, 1971

14-Deterministic nonperiodic flow, E.N. Lorenz, J. Atmos. Sci, 20, 130,1963.

15-Period three implies chaos, T. Y. Li and J. Yorke, Amer. Math. Monthly, 82, 985, 1975

16-Quantitative universakity for a class of nonlinear transformations, M.J. Feigenbaum, J. Stat. Phys, 19, 25, 1978.

17-On the problem of turbulence, Lev Davidovich Landau, Akad, Nauk. Doklady, 44,339, 1944.